

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1		Đặt $F(x, y, z) = x^2 - 4xyz + 3y - 2z \Rightarrow F'_x = 2x - 4yz; F'_y = -4xz + 3; F'_z = -4xy - 2$	0.5
		Tại $M(1; -1; 1)$ ta có $\vec{n} = (6; -1; 2)$	0.5
		Pt tiếp diện của (S) tại M là $6(x-1) - (y+1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 6x - y + 2z - 9 = 0$	0.5
		Pt pháp tuyến của (S) tại M là $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$	0.5
2		Đặt $\begin{cases} P = 2x^2 - y^3 \\ Q = x^3 - \cos^5 y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P'_y = -3y^2 \\ Q'_x = 3x^2 \end{cases}$	0.5
		Sử dụng công thức Green ta được: $I_1 = \int_{\overline{AB \cup BA}} (2x^2 - y^3) dx + (x^3 - \cos^5 y + 1) dy = \iint_D (3x^2 - (-3y^2)) dx dy$	0.5
		$I_1 = \int_0^\pi d\varphi \int_0^3 3r^2 \cdot r dr = \frac{243\pi}{4}$	0.5
		Tính $I_0$ trên đoạn thẳng $\overline{BA}: \begin{cases} y = 0 \\ -3 \leq x \leq 3 \end{cases}$ . Do vậy $I_0 = \int_{-3}^3 2x^2 dx = 36$ Vậy $I = I_1 - I_0 = \frac{243\pi}{4} - 36$	0.5
3		Phương trình mặt phẳng $x = 1 - 2y - 3z \Rightarrow x'_y = -2; x'_z = -3$ Diện tích của phần mặt phẳng cần tìm $S = \iint_S dS = \iint_D \sqrt{1 + (x'_y)^2 + (x'_z)^2} dy dz = \iint_D \sqrt{14} dy dz$	0.5
		Xác định được miền D là hình tròn có phương trình $y^2 + z^2 \leq 9$ Kết quả $S = 4\sqrt{14}\pi$	0.5
4	a	$\text{div} \vec{F} = 9 - 7 + 2 = 4$	0.5
		$\overline{\text{rot}} \vec{F} = -2xz\vec{i} + (y^3 + 3)\vec{j} + (z^2 - 3y^2z)\vec{k}$	0.5
	b	$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}} \vec{F}) = -6yz\vec{i} - 2x\vec{j} + 0\vec{k}$	0.5
		$\overline{\text{rot}} \vec{F}$ không phải là trường thế vì $\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}} \vec{F}) \neq \vec{0}$	0.5
	Thông lượng cần tìm $\phi = \iint_S (y^3z + 9x) dy dz - (7y - xz^2) dz dx + (2z - 3x) dx dy$ Sử dụng công thức Gauss_Ostrogradsky ta có $\phi = - \iiint_V \text{div} \vec{F} dx dy dz = - \iiint_V 4 dx dy dz$	0.5	
	Kết quả $\phi = -4V = -144\pi$	0.5	

5	Các hệ số Fourier $a_0 = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} 3 dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-1) dx \right] = 2,$	0.5
	$a_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} 3 \cos nx dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\cos nx) dx \right] = 0$	0.5
	$b_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} 3 \sin nx dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\sin nx) dx \right] = \frac{4}{n\pi} (1 - \cos n\pi)$	0.5
	Tại $x \neq k\pi, k \in Z$ ta có khai triển Fourier $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \sin nx$ Tại $x = k\pi, k \in Z, S(x) = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$	0.5